**Практическая работа № 6,7**

**«**Графический метод решения задачи линейного программирования**»**

**Цель работы:** научиться моделировать ЗЛП и решать их графическим методом .

**Образовательные результаты, заявленные во ФГОС третьего поколения:**

Студент должен

уметь:

- подбирать аналитические методы исследования математических моделей;

знать:

- методы исследования математических моделей разных типов.

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы**

**1.Постановка задачи линейного программирования.**

[Линейное программирование](file:///G:\Application%20Data\Дипломники\2007-2009\Рябова\ЭП_Линейное%20программирование\posobie\ukazatel.htm) – это математическая дисциплина, посвященная теории и методам решения задач об экстремумах линейных функций на множествах, задаваемых системами линейных неравенств и равенств; Линейное программирование является одним из разделов математического программирования.

В задаче линейного программирования (ЗЛП) требуется найти экстремум (максимум или минимум) линейной целевой функции :

 (1.1)

при ограничениях (условиях):

 (1.2)

 (1.3)

где – заданные постоянные величины.

Система ограничений (1.2) называется *функциональными ограничениями* ЗЛП, а ограничения (1.3) – *прямые*.

Вектор , удовлетворяющий системе ограничений (1.2), (1.3) называется *допустимым решением* или *планом* ЗЛП, то есть ограничения (1.2), (1.3) определяют *область допустимых решений* (*ОДР*), или *планов* ЗЛП (*область определения* ЗЛП).

План (допустимое решение), который доставляет экстремум целевой функции (1.1), называется *оптимальным планом* (*оптимальным решением*) ЗЛП.

*Каноническая форма записи* ЗЛП (КЗЛП). Найти:

 (1.4)

при ограничениях

 (1.5)

 (1.6)

*Векторная форма записи* КЗЛП. Найти:



при ограничениях



где  – вектор-строки, – скалярное произведение векторов ; – вектор-столбцы:



*Матричная форма записи* КЗЛП:



при условиях 

Здесь – матрица размерности , столбцами которой являются вектор-столбцы ;

– вектор-столбец.

*Стандартная (симметричная) форма записи ЗЛП*:





При этом запись  понимают как вектор (строка или столбец в зависимости от контекста), у которого все компоненты неотрицательны.

Приведение ЗЛП к каноническому виду осуществляется введением в левую часть соответствующего ограничения вида (1.5) -ой дополнительной переменной  со знаком «-» в случае ограничения типа  и знаком «+» в случае ограничения типа .

Если на некоторую переменную  не накладывается условие неотрицательности (1.6), то делают замену переменных  В преобразованной задаче все переменные неотрицательные. Переход от задачи на минимум к задаче на максимум достигается изменением знака у целевой функции, так как



**2. Графическое решение ЗЛП.**

Наиболее наглядна геометрическая интерпретация ЗЛП при , то есть для случая двух переменных  и.

Пусть задана ЗЛП в стандартной форме:

 (2.1)

 (2.2)

 (2.3)

Каждое неравенство системы (2.2) геометрически определяет полуплоскость с граничной прямой . Условия неотрицательности (2.3) соответственно задают *первую четверть* декартовой системы координат .

*Многоугольник решений* – это совокупность точек, координаты каждой из которых составляют решение системы неравенств (2.2), (2.3). Им может быть *точка, отрезок, луч, замкнутый многоугольник, неограниченная многоугольная область*.

Таким образом, геометрически ЗЛП (2.1)–(2.2) представляет собой поиск такой точки многоугольника решений, координаты которой доставляют линейной функции (2.1) наибольшее (наименьшее) значение, причем допустимыми решениями являются все точки многоугольника решений.

Прямая  где постоянная *C* пробегает все множество действительных чисел называется *линией уровня.* Линии уровня образуют семейство параллельных прямых с общим вектором нормали .

*Опорной прямой* называется линия уровня, которая имеет с ОДР хотя бы одну общую точку и по отношению к которой ОДР оказывается полностью в одной из полуплоскостей**.** *Область допустимых решений имеет не более двух опорных прямых.*

Вектор нормали  в данном случае совпадает с градиентом целевой функции

, то есть .

Так как вектор-градиент указывает направление наибольшего возрастания функции, то можно сделать следующий вывод: если линии уровня перемещаются в направлении нормали, то значения целевой функции возрастают; если перемещение происходит в противоположном направлении, то значения целевой функции убывают.

**Этапы графического решения ЗЛП**

*Этап 1.*

1. Построить многоугольник решений (ОДР), соответствующий ограничениям (2.2), (2.3). При этом каждое из неравенств (2.2) можно тождественными преобразованиями привести к виду . При этом неравенство  определяет полуплоскость, лежащую *ниже* прямой , а неравенство  – полуплоскость, лежащую выше этой прямой.

Если система ограничений ЗЛП (2.2), (2.3) несовместна, то ОДР является пустым множеством. В этом случае *ЗЛП не будет иметь решений*.

1. Построить вектор-градиент целевой функции (2.1)

.

*Этап 2.* Построить *линию уровня* 

Достаточно построить одну линию уровня, например, проходящую через начало координат (прямую ), которая будет перпендикулярна вектору-градиенту.

Мысленно перемещать линию уровня до тех пор, пока она не покинет пределов ОДР, двигаясь следующим образом:

а) в направлении вектора-градиента в случае задачи максимизации;

б) в направлении, противоположном вектору-градиенту, то есть вдоль вектора антиградиента , в случае задачи минимизации.

Предельная точка (или точки) области при соответствующем движении будет являться точкой максимума (минимума) целевой функции (2.1).

Если *линия уровня при своем движении* *не покидает* ОДР, то соответствующий максимум (минимум) целевой функции  не существует. Задача (2.1)–(2.2) *решения не имеет*.

*Этап 3.* Найти координаты точки экстремума. Для этого достаточно решить систему из двух уравнений прямых-ограничений, дающих в пересечении точку максимума (минимума). Значение , найденное в получаемой точке, является максимальным (минимальным).

*Замечание.* В зависимости от вида ОДР и целевой функции *решение ЗЛП может быть следующим*:

1. *единственное решение* (в вершине ОДР, через которую проходит опорная прямая);
2. *бесконечное множество решений* (если один из фрагментов границы совпадает с частью опорной прямой). Другими словами *линия уровня параллельна одной из сторон выпуклого многоугольника решений*, причем эта сторона расположена в направлении смещения линии уровня при стремлении целевой функции к своему оптимуму (рис. 2.1). Тогда оптимальное значение целевой функции достигается в двух угловых точках (вершинах) ОДР и, следовательно, во всех точках отрезка, соединяющего эти вершины;
3. *не иметь решений*. Этот случай возникает либо когда *ОДР–пустое множество*, либо в силу неограниченности целевой функции, то есть *ОДР является незамкнутым выпуклым многоугольником в направлении оптимизации* целевой функции (рис. 2.2), и целевая функция будет неограниченной. В этом случае записывают  или .

|  |  |
| --- | --- |
| *линия уровня*        0    *линия уровня* | 0 |
| **Рис. 2.1.** Случай бесконечного множества решений ЗЛП | **Рис. 2.2.** Случай отсутствия решения ЗЛП |

**Пример 2.1.** Решить графически задачи линейного программирования

**а)**

**б)** 

**Решение.**

**Задача а).**

*Этап 1.*

1.Построим ОДР. Преобразуем систему ограничений.



Неравенство (2.4) задает полуплоскость, лежащую выше прямой , которая проходит через точки  и ,а неравенство (2.5) – полуплоскость, лежащую ниже прямой , проходящей через начало координат  и точку . Неравенства (2.6) определяют первую четверть системы координат.

Найденная (непустая!) область допустимых решений (пересечение найденных полуплоскостей) изображена на рис. 2.3.

|  |
| --- |
|  |
| **Рис. 2.3.** Область допустимых решений для задачи а) |

1. Строим нормали

.

*Этап 2.* Построим линию уровня



Рассмотрим две задачи:

1. *задача на максимум*. Перемещаем линию уровня вдоль вектора . При этом линии уровня уходят в бесконечность, так как в этом направлении ОДР – незамкнутый выпуклый многоугольник, следовательно, максимального значения целевая функция не достигает ;
2. *задача на минимум.* Параллельным переносом переместим линию уровня  так, чтобы она пересекалась с ОДР и мысленно переместим ее в направлении, противоположном вектору . Предельной точкой выхода из ОДР будет точка В.

*Этап 3*. Найдем координаты точки В, которая является точкой пресечения прямых  и . Решим систему уравнений:



Поэтому ее координаты: *xB=1/3, yB=2/3*.

Итак, 

*Ответ*. ; 

|  |
| --- |
|  |
| **Рис. 2.4.** Область допустимых решений для задачи б) |

**Задача б)** Система ограничений этой задачи отличается добавленным неравенством . Результат построений изображен на рис.2.4.ОДР – это замкнутый многоугольник *ABCD*, причем предельными точками выхода из *ABCD* в направлении максимизации будет точка *С*, минимизации– точка *В*.

Точка *C* – это точка пересечения прямых  и , поэтому *C(3;0).*

Таким образом,



.

*Замечание.* В случае замкнутой ограниченной области (как в рассмотренном примере) максимум (минимум) достигается в одной из вершин, поэтому можно найти координаты всех вершин и сравнить значения функции в них. В нашей ситуации *A(1;0), D(3;6),* , , и несложно убедиться в справедливости вывода, сделанного выше.

**Пример по выполнению практической работы.**

**Пример 1.1** Построить математическую модель задачи.

На фабрике производится продукция двух типов. Для производства единицы продукции первого типа требуются 2 часа работы станка *A*, 1 час работы станка *B* и 1 час на завершающие операции. Для производства единицы продукции второго типа требуются 1 час работы станка *A*, 1 час работы станка *B* и 3 часа на завершающие операции. В течение недели станок *A* может работать не более 70 часов, станок *B* не более 40 часов, и на завершающие операции выделяется не более 90 часов. Доход от продажи единицы продукции первого типа составляет 4 у.е., от продажи единицы продукции второго типа 6 у.е. Сколько продукции первого и второго типа следует производить за неделю, чтобы доход был максимальным?

**Решение.** Очевидно, что в качестве переменных *x* и *y* следует взять количество (в единицах) продукции первого и второго (соответственно) типа. При этом , , а целевая функция (доход, который должен быть максимальным) имеет вид  и . Теперь обратим внимание на условия, диктующие ограничения на переменные. Для производства обоих видов продукции станок *A* должен работать *2x+1y* часов, станок *В 1x+1y* часов и на завершающие операции требуется *1x+3y* часов. Учитываем указанные в задаче возможности работы станков и окончательно получаем:

****

****

**Пример 1.2** Привести к каноническому виду ЗЛП

.

**Решение**. В ограничения, записанные в форме неравенств, вводятся новые неотрицательные переменные, каждая из которых получает свой номер. При этом в ограничения со знаком неравенства «≤» переменная входит с коэффициентом, равным «1», а в ограничения со знаком неравенства «≥» с коэффициентом, равным «-1». В целевую функцию новые переменные (*дополнительные* или *балансовые*) входят с коэффициентом, равным «0». Таким образом, исходная задача принимает следующий канонический вид:

.

**Пример 2.1.** Решить графически задачи линейного программирования

**а)**

**б)** 

**Решение.**

**Задача а)**

*Этап 1.*

1.Построим ОДР. Преобразуем систему ограничений.



Неравенство (2.4) задает полуплоскость, лежащую выше прямой , которая проходит через точки  и ,а неравенство (2.5) – полуплоскость, лежащую ниже прямой , проходящей через начало координат  и точку . Неравенства (2.6) определяют первую четверть системы координат.

Найденная (непустая!) область допустимых решений (пересечение найденных полуплоскостей) изображена на рис. 2.3.

|  |
| --- |
|  |
| **Рис. 2.3.** Область допустимых решений для задачи а) |

1. Строим нормали

.

*Этап 2.* Построим линию уровня



Рассмотрим две задачи:

1. *задача на максимум*. Перемещаем линию уровня вдоль вектора . При этом линии уровня уходят в бесконечность, так как в этом направлении ОДР – незамкнутый выпуклый многоугольник, следовательно, максимального значения целевая функция не достигает ;
2. *задача на минимум.* Параллельным переносом переместим линию уровня  так, чтобы она пересекалась с ОДР и мысленно переместим ее в направлении, противоположном вектору . Предельной точкой выхода из ОДР будет точка В.

*Этап 3*. Найдем координаты точки В, которая является точкой пресечения прямых  и . Решим систему уравнений:



Поэтому ее координаты: *xB=1/3, yB=2/3*.

Итак, 

*Ответ*. ; 

|  |
| --- |
|  |
| **Рис. 2.4.** Область допустимых решений для задачи б) |

**Задача б)** Система ограничений этой задачи отличается добавленным неравенством . Результат построений изображен на рис.2.4.ОДР – это замкнутый многоугольник *ABCD*, причем предельными точками выхода из *ABCD* в направлении максимизации будет точка *С*, минимизации– точка *В*.

Точка *C* – это точка пересечения прямых  и , поэтому *C(3;0).*

Таким образом,



.

*Замечание.* В случае замкнутой ограниченной области (как в рассмотренном примере) максимум (минимум) достигается в одной из вершин, поэтому можно найти координаты всех вершин и сравнить значения функции в них. В нашей ситуации *A(1;0), D(3;6),* , , и несложно убедиться в справедливости вывода, сделанного выше.

**Задания для практического занятия:**

**Задание1.** Выписать математическую модель задачи (не решать!!!).

**Вариант 1.** При составлении суточного рациона кормления скота используют сено (не более 50 кг) и силос (не более 85 кг). Рацион должен содержать не менее 1 кг белка, не менее 100 г кальция и ровно 80 г фосфора. Данные о содержании указанных компонентов в 1 кг каждого продукта и о себестоимости продуктов приведены в таблице. Определить оптимальный рацион кормления при минимальной себестоимости.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Сено | Силос |
| Белки, г/кг | 40 | 10 |
| Кальций, г/кг | 1,25 | 2,5 |
| Фосфор,г/кг | 2 | 1 |
| Себест.руб/кг | 1,2 | 0,8 |

**Вариант 2.** При производстве изделий А и Б на фабрике применяются сталь, медь и алюминий. Данные о запасах сырья, расходах на одно изделие и прибыли от продажи одного изделия - в таблице. Определить план выпуска продукции, приносящий максимальную прибыль.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Сырье | Запас | А | Б |
| Медь, кг | 570 | 10 | 70 |
| Сталь, кг | 420 | 20 | 50 |
| Алюминий,кг | 600 | 40 | 10 |
| Прибыль, руб. |  | 3 | 8 |

**Вариант 3.** Для производства «любительской» и «ливерной» колбас закуплены мясо, сало, ливер. Данные о запасах сырья, компонентах, необходимых для производства 10 кг колбасы каждого вида, прибыли от продажи приведены в таблице. Определить план выпуска колбас, приносящий максимальную прибыль.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Сырье | Запас | Любит. | Лив. |
| Мясо, кг | 360 | 6 | 1 |
| Сало, кг | 300 | 3 | 2 |
| Ливер, кг | 100 | 1 | 7 |
| Прибыль, руб. за 10кг |  | 120 | 70 |

**Вариант 4.** Из двух типов руды извлекают минералы А, В, С. Необходимо произвести не менее 3 тонн минерала А, не более 2 тонн минерала В и ровно 1 тонну минерала С (данные о количестве минералов в руде каждого типа и стоимость руды приведены в таблице). Сколько тонн руды каждого типа надо закупить, чтобы затраты оказались минимальными?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | Руда I | Руда II |
| Минерал А | 100 кг | 200 кг |
| Минерал В | 120 кг | 50 кг |
| Минерал С | 200 кг | 100 кг |
| Цена 1 т | 50 у.е. | 60 у.е. |

**Вариант 5.** В сплав должно входить не менее 4% никеля и не более 80% железа. Для сплава используются три вида руды (данные в таблице). Сколько сырья каждого типа надо добыть, чтобы стоимость 1 кг сплава была минимальной?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Компоненты | Содержание компонентов (%) в сырье | | |
| Руда А | Руда Б | Руда В |
| Железо | 70 | 90 | 85 |
| Никель | 5 | 2 | 7 |
| Прочие | 25 | 8 | 8 |
| Стоимость 1 кг | 6 у.е. | 4 у.е. | 5 у.е. |

**Вариант 6.** Полосы листового проката длиной 2 м необходимо разрезать на заготовки 3х типов А, Б, В длины, соотв., 57, 82 и 101 см для производства 50 изделий. Для каждого изделия нужны по 4 заготовки типов А, Б и 5 заготовок типа В. Данные о пяти способах раскроя приведены в таблице. Какое кол-во полос надо разрезать каждым способом для изготовления 50 изделий, чтобы отходы от раскроя были минимальными?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Способ раскроя | Кол-во заготовок | | |
| А | Б | В |
| 1 | 3 | - | - |
| 2 | 2 | 1 | - |
| 3 | 1 | - | 1 |
| 4 | - | 2 | 0 |

**Вариант 7.** Имеются два склада готовой продукции: А1 и А2 с запасами однородного груза 200 и 300 тонн. Этот груз необходимо доставить трем потребителям В1, В2 и В3 в количестве 100, 150 и 250 тонн соответственно. Стоимость перевозки 1 тонны груза из склада А1 потребителям В1, В2 и В3 равна 5, 3 ,6 д.е., а из склада А2 тем же потребителям – 3, 4, 2 д.е. соответственно. Составьте план перевозок, минимизирующий суммарные транспортные расход.

**Вариант 8.** Цех выпускает трансформаторы двух видов. Для изготовления трансформаторов обоих видов используются железо и проволока. Общий запас железа – 3 тонны, проволоки – 18 тонн. На один трансформатор первого вида расходуются 5 кг железа и 3 кг проволоки, а на один трансформатор второго вида расходуются 3 кг железа и 2 кг проволоки. За каждый реализованный трансформатор первого вида завод получает прибыль 3 д.е., второго – 4 д.е. Составьте план выпуска трансформаторов, обеспечивающий заводу максимальную прибыль.

**Вариант 9.** Из пункта А в пункт В ежедневно отправляются пассажирские и скорые поезда. Данные об организации перевозок представлены в таблице. Сколько должно быть сформировано скорых и пассажирских поездов, чтобы перевезти наибольшее количество пассажиров?

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Поезда | Кол-во вагонов в поезде | | | | |
| багажный | почтовый | плацкарт | купе | СВ |
| скорый | 1 | 1 | 5 | 6 | 3 |
| пассажирский | 1 | - | 8 | 4 | 1 |
| число пассажиров | - | - | 58 | 40 | 32 |
| Парк вагонов | 12 | 8 | 81 | 70 | 26 |

**Вариант 10.** Нефтеперерабатывающий завод получает четыре полуфабриката: 400 тыс. л алкилата, 250 тыс. л крекинг-бензина, 350 тыс. л бензина прямой перегонки и 100 тыс. л изопентона. В результате смешивания этих четырех компонентов в разных пропорциях образуются три сорта авиационного бензина: бензин А-2:3:5:2, бензин В-3:1:2:1, бензин С-2:2:1:3. Стоимость 1 тыс. л указанных сортов бензина характеризуется числами 120 д.е., 100 д.е., 150 д.е. Составьте план выпуска разных сортов авиационного бензина из условия получения максимальной стоимости всей продукции.

**Вариант 11.** Звероферма выращивает черно-бурых лисиц и песцов. На звероферме имеется 10 000 клеток. В одной клетке могут быть либо 2 лисицы, либо 1 песец. По плану на ферме должно быть не менее 3000 лис и 6000 песцов. В одни сутки необходимо выдавать каждой лисе корма – 4 ед., а каждому песцу – 5 ед. Ферма ежедневно может иметь не более 200 000 единиц корма. От реализации одной шкурки лисы ферма получает прибыль 10 д.е., а от реализации одной шкурки песца – 5 д.е. Какое количество лисиц и песцов нужно держать не ферме, чтобы получить наибольшую прибыль?

**Вариант 12.** Четыре овощехранилища каждый день обеспечивают картофелем три магазина. Магазины подали заявки соответственно на 17, 12 и 32 тонны. Овощехранилища имеют соответственно 20, 20 ,15 и 25 тонн. Тарифы (в д.е. за 1 тонну) указаны в таблице: Составьте план перевозок, минимизирующий суммарные транспортные расходы.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Овощехранилище | Магазины | | |
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | 2 | 7 | 4 |
| 2 | 3 | 2 | 1 |
| 3 | 5 | 6 | 2 |
| 4 | 3 | 4 | 7 |

**Вариант 13.** Из двух сортов бензина образуются две смеси – А и В. Смесь А содержит Бензина 60% 1-го сорта и 40% 2-го сорта; смесь В – 80% 1-го сорта и 20% 2-го сорта. Цена 1 кг смеси А – 10 д.е., а смеси В – 12 д.е. Составьте план образования смесей, при котором будет получен максимальный доход, если в наличии имеется бензин 50 т 1-госорта и 30 т второго сорта.

**Вариант 14.** Для сохранения нормальной жизнедеятельности человек должен в сутки потреблять белков не менее 120 условных единиц (усл. ед.), жиров – не менее 70 и витаминов – не менее 10 усл. ед. Содержание их в каждой единице продуктов П1 и П2 равно соответственно (0,2; 0,075; 0) и (0,1; 0,1; 0,1) усл. ед. Стоимость 1 ед. продукта П1 – 2 руб., П2 –3 руб. Постройте математическую модель задачи, позволяющую так организовать питание, чтобы его стоимость была минимальной, а организм получил необходимое количество питательных веществ.

**Вариант 15.** При откорме каждое животное должно получить не менее 9 ед. белков, 8 ед. углеводов и 11 ед. протеина. Для составления рациона используют два вида корма, представленных в таблице. Стоимость 1 кг корма первого вида – 4 д.е., второго – 6 д.е. Составьте дневной рацион питательности, имеющий минимальную стоимость.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | Количество единиц  питательных веществ на 1 кг | |
| Корм 1 | Корм 2 |
| Белки | 3 | 1 |
| углеводы | 1 | 2 |
| протеин | 1 | 6 |

**Вариант 16.** Хозяйство располагает следующими ресурсами: площадь – 100 ед., труд– 120 ед., тяга – 80 ед. Хозяйство производит четыре вида продукции: П1, П2, П3 и П4. Организация производства характеризуется таблицей. Составьте план выпуска продукции, обеспечивающий хозяйству максимальную прибыль.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | продукция | Затраты на 1 ед. продукции | | | Доход от единицы продукции |
| площадь | труд | тяга |
| П1 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| П2 | 3 | 1 | 3 | 4 |
| П3 | 4 | 2 | 1 | 3 |
| П4 | 5 | 4 | 1 | 5 |

**Вариант 17.** Фабрика имеет в своем распоряжении определенное количество ресурсов: рабочую силу, деньги, сырье, оборудование, производственные площади и т. п. Допустим, например, ресурсы трех видов рабочая сила, сырье и оборудование имеются в количестве соответственно 80(чел/дней), 480(кг), 130(станко/часов). Фабрика может выпускать ковры четырех видов. Информация о количестве единиц каждого ресурса необходимых для производства одного ковра каждоговида и доходах, получаемых предприятием от единицы каждого вида товаров, приведена в таблице. Требуется найти такой план выпуска продукции, при котором общая стоимость продукции будет максимальная.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ресурсы | Нормы расхода ресурсов на единицу изделия | | | | Наличие ресурсов |
| Ковер А | Ковер В | Ковер С | Ковер D |
| Труд | 7 | 2 | 2 | 6 | 80 |
| Сырье | 5 | 8 | 4 | 3 | 480 |
| Оборудование | 2 | 4 | 1 | 8 | 130 |
| Цена (тыс.руб.) | 3 | 4 | 3 | 1 |  |

**Вариант 18.** в планируемом периоде необходимо обеспечить производство 300 тыс. однородных новых изделий, которые могут выпускаться на четырех филиалах предприятия. Для освоения этого нового вида изделий выделены капитальные вложения в размере 18 млн. руб.. Разработанные для каждого филиала предприятия проекты освоения нового вида изделия характеризуются величинами удельных капитальных вложений и себестоимостью единицы продукции в соответствии с таблицей.

Необходимо найти такой вариант распределения объемов производства продукции и капитальных вложений по филиалам, при котором суммарная стоимость изделий будет минимальной.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Показатель | Филиал предприятия | | | |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Себестоимость производства изделия, руб. | 83 | 89 | 95 | 98 |
| Удельные капиталовложения, руб. | 120 | 80 | 90 | 40 |

**Вариант 19.** Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тип | Нормы расхода сырья на одно изделие | | | | Запасы |
| сырья | А | Б | В | Г | сырья |
| I | 1 | 2 | 1 | 0 | 18 |
| II | 1 | 1 | 2 | 1 | 30 |
| III | 1 | 3 | 3 | 2 | 40 |
| Цена изделия | 12 | 7 | 18 | 10 |  |

Найти оптимальный план производства.

**Вариант 20.** Намечается выпуск двух видов костюмов - мужских и женских. На женский костюм требуется 1 м шерсти, 2 м лавсана и 1 человеко-день трудозатрат. На мужской костюм - 3,5 м шерсти, 0,5 м лавсана и 1 человеко-день трудозатрат. Всего имеется 350 м шерсти, 240 м лавсана и 150 человеко-дней трудозатрат. Tребуется определить, сколько костюмов каждого вида необходимо сшить, чтобы обеспечить максимальную прибыль, если прибыль от реализации женского костюма составляет 10 денежных единиц, а от мужского - 20 денежных единиц. При этом следует иметь в виду, что необходимо сшить не менее 60 мужских костюмов.

**Задание 2.** Свести задачу линейного программирования к каноническому виду:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант 1.**  **,** | | | **Вариант 2.**  **,** | |
| **Вариант 3.** | | | **Вариант 4.** | |
| **Вариант 5.**  **,** | | | **Вариант 6.**  **,** | |
| **Вариант 7.** | **Вариант 8.** | | |
| **Вариант 9.** | | **Вариант 10.** | | |
| **Вариант 11.** | | **Вариант 12.**  **,** | | |
| **Вариант 13.** | | **Вариант 14.** | | |
| **Вариант15.**  **,** | | **Вариант 16.**  **,** | | |
| **Вариант 17.** | | **Вариант 18.** | | |
| **Вариант 19.** | | **Вариант 20.** | | |

**Задание3. Решить графически задачу линейного программирования.**

|  |  |
| --- | --- |
| **1)** | **2)** |
| **3)** | **4)** |
| **5)** | **6)** |
| **7)** | **8)** |
| **9)** | **10)** |
| **11)** | **12)** |
| **13)** | **14)** |
| **15)** | **16)** |
| **17)** | **18)** |
| **19)** | **20)** |

**Контрольные вопросы**

1.В чем суть графического метода решения ЗЛП?

2.Преимущества и недостатки графического метода.

3. Основные требования к каноническому виду.